

Influence de l'injection de gouttes d'eau dans de la vapeur d'eau en écoulement dans une tuyère

E. DANIEL, J. C. LORAUD et M. LARINI

IUSTI/SETT, Equipe Ecoulements Diphasiques et Réactifs, UA-CNRS 1168,
Université de Provence, Centre de St-Jérôme, case 321 13397, Marseille, France

(Reçu le 15 novembre 1990 et sous forme finale le 29 mai 1992)

Résumé—Une simulation numérique de l'écoulement de gaz chauds dans une tuyère convergente-divergente, lorsque des gouttes sont injectées dans une section du divergent est présentée. La méthode est basée sur le schéma explicite aux différences finies de MacCormack. L'existence et le maintien au cours du temps d'un régime d'écoulement sonique au col sont analysés en fonction des différents phénomènes, tels que les effets géométriques, les effets dus aux forces de frottement et au transfert de masse entre phases, qui résultent du passage de l'écoulement monophasique en écoulement diphasique.

1. INTRODUCTION

DES TRAVAUX récents font apparaître un intérêt croissant pour les écoulements diphasiques constitués par des particules solides ou liquides, dispersées dans une phase gazeuse continue. Cet intérêt est dû, en grande partie, aux besoins de modélisation des systèmes complexes dans les secteurs de technologie industrielle et d'armement, les évaporateurs, les condenseurs, les systèmes de régulation thermique, les propulseurs à propergol solide ou liquide, les allumeurs de balistique intérieure, les moteurs à combustion interne. . . .

Pour notre part, nous nous sommes trouvés confrontés à un problème de modélisation d'un système dont le fonctionnement peut-être schématisé de la façon suivante (Fig. 1).

Dans un réservoir de dimension finie, une charge pyrotechnique génère des gaz à haute température évacués par une conduite présentant un rétrécissement (col) au voisinage de l'entrée. Les gaz chauds, pour être utilisés, doivent être refroidis. Le refroidissement est réalisé en pulvérisant de l'eau liquide, directement dans les gaz chauds en écoulement, dans une section de la conduite en aval du col. Ainsi lorsque l'on pulvérise

l'eau, l'écoulement est diphasique en aval de la section d'injection alors qu'en amont il reste monophasique.

En l'absence d'injection d'eau, l'écoulement est sonique au col; par ailleurs des constatations expérimentales montrent qu'après la phase d'allumage de la charge pyrotechnique, la pression et la température des gaz dans le réservoir restent constantes. Dans ces conditions, le col étant sonique, le fonctionnement de la charge ne dépend pas de ce qui se passe en aval du col et l'on peut déterminer l'écoulement gazeux à partir du col en utilisant la condition sonique au col comme condition à la limite amont pour le calcul de l'écoulement.

Dès que l'on commence à pulvériser l'eau dans la conduite l'écoulement gazeux initial est considérablement modifié, y compris dans la zone d'écoulement monophasique. Tant que le col reste sonique, le fonctionnement de la charge pyrotechnique est là encore indépendant de ce qui se passe en aval du col car aucune information ne peut le franchir. Par contre si les perturbations occasionnées par l'injection de la phase liquide, et qui engendrent des ondes élémentaires susceptibles de coalescer au cours de leur propagation pour donner des ondes d'amplitude finie,

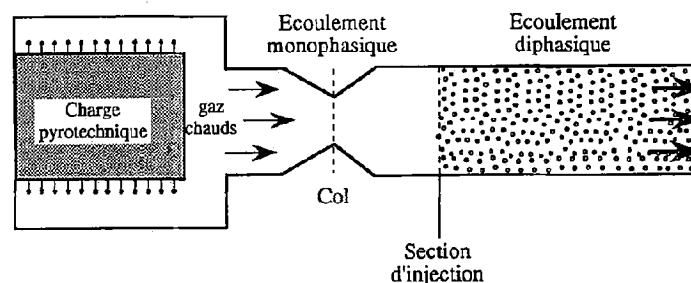


FIG. 1. Schéma général de l'installation.

NOMENCLATURE

A	aire de la section droite [m ²]	R_d	rayon des gouttes [m]
C_p	chaleur spécifique de la vapeur à pression constante [J kg ⁻¹ K ⁻¹]	T_v	température de la vapeur [K]
C_v	chaleur spécifique de la vapeur à volume constant [J kg ⁻¹ K ⁻¹]	T_{sat}	température de saturation [K]
[FF]	force de frottement par unité de volume agissant sur les gouttes [N m ⁻³]	$w_{v,d}$	vitesse de la vapeur, de la phase dispersée [m s ⁻¹].
h	coefficient de convection autour d'une goutte [W m ⁻² K ⁻¹]	Symboles grecs	
L_v	chaleur latente de vaporisation [J kg ⁻¹]	$\alpha_{v,d}$	taux de présence de la vapeur ('taux de vide'), taux de présence des particules ($\alpha_d = 1 - \alpha_v$)
[M] _v	transfert de masse par unité de volume [kg s ⁻¹ m ⁻³]	γ	rapport des chaleurs spécifiques
N_d	nombre de gouttes	λ_v	conductivité thermique de la vapeur [W m ⁻¹ K ⁻¹]
n	nombre de gouttes par unité de volume [m ⁻³]	μ	viscosité dynamique [kg m ⁻¹ s ⁻¹]
Nu	nombre de Nusselt	$\rho_{v,d}$	masse volumique apparente de la vapeur, de la phase dispersée [kg m ⁻³].
Pr	nombre de Prandtl	Indices	
P	pression [Pa]	inj	relatif à la section d'injection.
Re	nombre de Reynolds		

atteignent le col et l'amène en régime d'écoulement subsonique, il n'est plus possible de calculer l'écoulement indépendamment du fonctionnement de la charge pyrotechnique. En effet, la quantité de gaz qu'elle génère dépend alors des conditions environnantes et en particulier de la pression dans le réservoir qui ne restera plus constante. Il faudrait alors dans ce cas coupler le calcul de l'écoulement avec celui de la combustion de la charge pyrotechnique, ce qui constitue un problème d'une complexité considérable.

2. POSITION DU PROBLEME

Il apparaît clairement que pour le problème appliqué que nous venons de présenter schématiquement, l'existence d'un col sonique est d'une importance capitale sur le choix du type de modélisation, donc du niveau de complexité de l'étude à réaliser. C'est pour cela que nous avons estimé nécessaire une étude plus fondamentale permettant de mieux cerner l'influence de certains paramètres (débit d'eau, vitesse d'injection des gouttes, écoulement monophasique initial...) sur les modifications subies par l'écoulement gazeux initial et en particulier sur les modifications subies dans la section d'aire minimale située en amont de la section d'injection. C'est cette étude qui constitue l'objet du présent travail. Par rapport au problème appliqué, nous avons effectué quelques simplifications autorisant une approche qui sans oublier l'objectif fixé, le maintien ou non du col sonique, permette un calcul simple avec des conditions aux limites bien posées. En particulier, dans cette étude, les gaz chauds sont de la vapeur d'eau initialement surchauffée, ce qui permet de s'affranchir du problème que poserait la présence d'incondensables.

La vapeur surchauffée est issue d'un grand réservoir où la pression et la température sont maintenues constantes. La conduite est une tuyère convergent-divergent qui débouche en aval dans un milieu infini à pression constante.

- Pour $t < 0$, avant l'injection de la phase liquide il ne s'écoule dans la tuyère que de la vapeur d'eau provenant du grand réservoir. Dans tous les cas l'écoulement monophasique initial est sonique au col de la tuyère;

- à $t = 0$, dans une section droite du divergent on commence à injecter la phase liquide. On se propose de décrire le régime transitoire et de déterminer l'écoulement stationnaire résultant dans toute la tuyère (Fig. 2).

Pour le calcul, l'écoulement est supposé unidimensionnel, et les interactions fluide-paroi ne sont pas prises en compte. Les gouttes sont supposées sphériques et toutes de la même taille dans la section d'injection où elles sont animées de la même vitesse et ont la même température égale à la température de saturation: $T_{sat}(P)$.

Tant que la température de la vapeur le long de l'écoulement est supérieure à la température de saturation, les gouttes se vaporisent. Par contre si dans une section de la tuyère elle devient inférieure à cette température, il y a condensation. Toutefois dans ce cas, on ne prend pas en compte la création de nouvelles gouttes par nucléations et on admet donc que la recondensation ne se fait qu'autour des sites déjà existants.

3. MODELE MATHEMATIQUE

Les travaux antérieurs que nous avons examinés concernent des écoulements diphasiques en tube à

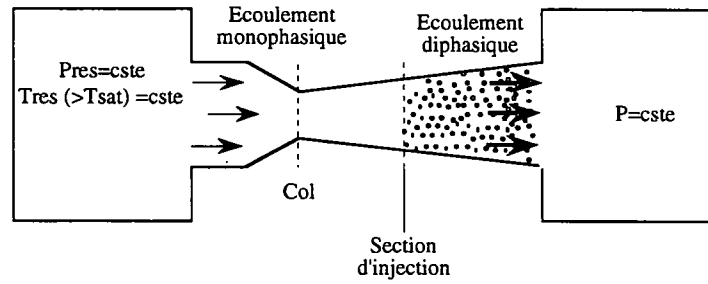


FIG. 2. Schéma du problème traité.

choc [1-3], des jet libres diphasiques [4, 5], ou des écoulements diphasiques en tuyère [6, 7]. Dans les réfs. [1, 2, 4-7] les auteurs utilisent des modèles unidimensionnels instationnaires qui diffèrent sur quelques points, mais aucun ne prend en compte l'influence du gradient de pression dans l'équation de bilan d'impulsion de la phase dispersée. La simplification apportée, et semble-t-il justifiée dans le cas de suspensions diluées [4, 7, 1, 8], permet de s'affranchir d'un délicat problème : la mixité (hyperbolique-elliptique) du système d'équations diphasiques. Cette mixité mise en évidence par Bouré [9], apparaît en particulier dans les équations moyennées, unidimensionnelles, instationnaires proposées par Delhaye [10] dans lesquelles le système peut avoir simultanément des directions caractéristiques réelles et imaginaires ce qui pose un problème mathématique lors de la résolution (le problème numérique est mathématiquement mal posé).

3.1. Les équations

Nous utilisons le modèle mathématique, résultant d'une approche Eulerienne, proposé par Olim *et al.* [2]. Nous l'avons adapté pour tenir compte des variations de section et du transfert de masse. Nos équations sont voisines de celles utilisées par Gokhale [7] pour l'étude de particules solides et réactives en tuyère, toutefois, Gokhale ne prend pas en compte l'apport de quantité de mouvement dû au transfert de masse, ainsi que la contribution de certains termes dus aux variations de section. Par souci de clarté, on précisera ci-dessous les hypothèses simplificatrices retenues pour l'étude (certaines ont déjà été formulées).

Hypothèses :

- L'écoulement est unidimensionnel et instationnaire.
- La phase compressible est constituée exclusivement de vapeur et suit la loi des gaz parfaits ($P_v = \rho_v r T_v$).
- Les effets de fluide réel ne sont pris en compte qu'aux interfaces liquide-vapeur.
- Les gouttes sont sphériques et incompressibles ($\rho_d = c^{ste}$).
- Dans une section donnée, les gouttes ont la même taille, la même vitesse, la même température.

—Chaque goutte a une température uniforme, égale à la température de saturation. (Cette condition remplace l'équation de bilan de l'énergie de la phase dispersée.)

—Le volume occupé par les gouttes est faible.

—Les interactions goutte-goutte sont négligées.

—Les effets dus à la gravité ne sont pas pris en compte.

—On admet qu'il n'y a pas de création, ni de disparition de gouttes, en particulier, tout processus de nucléation, de coalescence ou d'éclatement de gouttes est écarté.

Le système s'écrit alors sous la forme conservative suivante :

$$U_t + F_x = H \tag{1}$$

$$U = \begin{bmatrix} A\alpha_v\rho_v \\ A\alpha_v\rho_v w_v \\ A\alpha_v\rho_v(\frac{1}{2}w_v^2 + C_v T_v) \\ A\alpha_d\rho_d \\ A\alpha_d\rho_d w_d \\ nA \end{bmatrix}$$

$$F = \begin{bmatrix} A\alpha_v\rho_v w_v \\ A\alpha_v\rho_v w_v^2 + AP_v \\ A\alpha_v\rho_v(\frac{1}{2}w_v^3 + C_p T_v)w_v \\ A\alpha_d\rho_d w_d \\ A\alpha_d\rho_d w_d^2 \\ nAw_d \end{bmatrix}$$

$$H = \begin{bmatrix} A[M]_v \\ A[M]_v w_d - A[FF] + P_v \frac{\partial A}{\partial x} \\ A[M]_v(\frac{1}{2}w_d^2 + C_p T_s - L_v) - A[FF]w_d + A[Q] \\ -A[M]_v \\ -A[M]_v w_d + A[FF] \\ 0 \end{bmatrix}$$

Avec les relations complémentaires suivantes :
Force de traînée :

$$[FF] = \frac{1}{2}\pi R_d^2 \rho_v C_d |w_v - w_d| (w_v - w_d) \tag{2}$$

$$Cd = \frac{24}{Re} f_d \quad \text{et} \quad Re = \frac{2\rho_r R_d |w_r - w_d|}{\mu} \quad (3)$$

$$f_d = \begin{cases} 1 + 0.15 Re^{0.687} & \text{si } Re < 1000 \\ 0.01833 Re & \text{si } Re > 1000. \end{cases} \quad (4)$$

Transfert de masse :

On écrit que toute l'énergie reçue sous forme de chaleur par les gouttes qui sont à température de saturation est utilisée pour assurer le transfert de masse.

$$[M]_r = n\dot{m}_r \quad (5)$$

où \dot{m}_r représente le transfert de masse relatif à une particule. Il est calculé par la relation :

$$Lv\dot{m}_r = 4\pi R_d^2 h (T_r - T_{sat}). \quad (6)$$

Le coefficient de convection est obtenu à l'aide de la corrélation :

$$Nu = \frac{2hR_d}{\lambda_r} = 2(1 + 0.2295 Re^{0.55} Pr^{0.33}). \quad (7)$$

Rayon des gouttes :

Il se calcule à partir de la relation :

$$(1 - \alpha_r) = n \frac{4}{3} \pi R_d^3. \quad (8)$$

3.2. Remarques concernant la nature du système d'équations—Equations de compatibilité

Le système d'équations possède six directions propres :

$$\begin{aligned} \lambda_1 = w_r, \quad \lambda_2 = w_r + c, \quad \lambda_3 = w_r - c, \\ \lambda_4 = \lambda_5 = \lambda_6 = w_d. \end{aligned} \quad (9)$$

Les six directions sont réelles mais trois sont confondues. Le long des directions : $\lambda_1, \lambda_2, \lambda_3$ on a les relations de compatibilité suivantes :

$$\left. \frac{dT_r}{dt} \right]_{\lambda_1} - \frac{1}{\alpha_r \rho_r C_p} \left. \frac{dP_r}{dt} \right]_{\lambda_1} = G_2 - \frac{1}{\alpha_r \rho_r C_p} G_3 \quad (10)$$

$$\left. \frac{dw_r}{dt} \right]_{\lambda_2} + \frac{1}{\alpha_r \rho_r C_p} \left. \frac{dP_r}{dt} \right]_{\lambda_2} = G_1 + \frac{1}{\alpha_r \rho_r C_p} G_3 \quad (11)$$

$$\left. \frac{dw_r}{dt} \right]_{\lambda_3} - \frac{1}{\alpha_r \rho_r C_p} \left. \frac{dP_r}{dt} \right]_{\lambda_3} = G_1 - \frac{1}{\alpha_r \rho_r C_p} G_3 \quad (12)$$

$$\text{où} \quad \left. \frac{d}{dt} \right]_{\lambda_i} = \frac{\partial}{\partial t} + \lambda_i \frac{\partial}{\partial x}. \quad (13)$$

G_1, G_2, G_3 font intervenir les termes d'interactions entre phases (voir annexe).

4. TRAITEMENT NUMERIQUE

Le système d'équations diphasiques a été résolu par la méthode prédicteur-correcteur explicite de

MacCormack (1969). Si le critère CFL est vérifié, ce schéma est stable au sens de Von Neumann ; cette étude de stabilité ne concerne toutefois que la solution du système aux différences finies linéarisé sans second membre et sans conditions aux limites. Aussi, pour éliminer des instabilités et des oscillations numériques, qui peuvent se produire à cause de la présence des termes inhomogènes et des effets non linéaires, un modèle de viscosité artificielle du second ordre est utilisé [11, 12]. Il consiste à ajouter au second membre de l'équation (1) un terme de la forme :

$$\omega \Delta x^2 U_{xx} \quad (14)$$

où le coefficient ω doit être ajusté par des essais numériques afin que ce terme additif satisfasse un certain nombre de conditions [13]. En particulier, il ne doit pas provoquer de dégradation de la solution, ni étaler les discontinuités sur un trop grand nombre de points. Ceci nous a amené à choisir la valeur $\omega = 4 \times 10^{-3}$.

4.1. Les conditions initiales

Pour la phase continue. A l'instant initial, $t = 0$ s, le calcul a été effectué suivant les exploitations, soit à partir de la solution isentropique adaptée sonique au col, subsonique dans le convergent et dans le divergent, soit à partir de la solution adiabatique subsonique dans le convergent et supersonique avec choc dans le divergent, donc sonique au col.

Pour la phase dispersée. Le problème physique que l'on veut traiter est tel qu'à $t = 0$ s, on commence à injecter des gouttes de rayon $R_{d_{inj}}$ dans la section d'injection (x_{inj}). En tout autre point il n'y a que de la vapeur. Sur le plan numérique, cela se traduit par les données initiales suivantes :

$$x = x_{inj} \quad \begin{cases} n(x_{inj}, 0) = n_{inj} \\ w_d(x_{inj}, 0) = w_{d_{inj}} \\ \alpha_d(x_{inj}, 0) = n_{inj} \frac{4}{3} \pi R_{d_{inj}}^3 \end{cases} \quad (15)$$

$$x \neq x_{inj} \quad \begin{cases} n(x_{inj}, 0) = 0 \\ w_d(x_{inj}, 0) = 0 \\ \alpha_d(x_{inj}, 0) = 0. \end{cases} \quad (16)$$

4.2. Les conditions à la limite

— Entrée :

Dans cette section d'entrée du convergent de la tuyère seule la phase vapeur est présente (l'injection étant faite en aval). Les conditions d'entrée dans le convergent sont calculées en admettant qu'un écoulement isentropique provient d'un grand réservoir où la pression et la température sont maintenues constantes et en utilisant la condition de compatibilité le long de la direction caractéristique de pente $\lambda_3 = w_c - c$.

— Sortie :

Phase continue (vapeur). Si l'écoulement est subsonique dans la section de sortie, le calcul des gran-

deurs de la phase vapeur dans cette section est effectué en imposant une pression égale à la pression du milieu extérieur et en utilisant les deux conditions de compatibilité le long des directions caractéristiques de pente $\lambda_1 = w_r$ et $\lambda_2 = w_r + c$. (Si l'écoulement est supersonique dans la section de sortie, aucune condition à la limite n'est requise et on détermine les grandeurs de la phase vapeur par extrapolation.)

Phase dispersée (gouttes). Le calcul des grandeurs relatives à la phase dispersée dans la section de sortie est toujours effectué par extrapolation.

—Zone d'injection :

La discontinuité, à la zone d'injection, nécessite un traitement particulier.

Phase dispersée (gouttes). Toutes les grandeurs nécessaires pour le calcul sont imposées : le nombre de gouttes par unité de volume, la vitesse d'injection des gouttes, le diamètre des gouttes.

$$x = x_{inj} \begin{cases} n(x_{inj}, t) = n_{inj} \\ w_d(x_{inj}, t) = w_{d_{inj}} \\ \alpha_d(x_{inj}, t) = n_{inj} \frac{4}{3} \pi R_{d_{inj}}^3 \end{cases} \quad (17)$$

Phase continue (vapeur). Le système d'équations d'Euler est résolu, avec, pour les termes d'interactions entre phases, au second membre, les valeurs relatives aux grandeurs imposées pour la phase dispersée.

4.3. Remarque sur le couplage entre les deux phases

Lors de la phase transitoire, pour des raisons de stabilité du calcul liées à la précision de la méthode, les termes d'interactions entre phases sont maintenus nuls tant que le nombre de gouttes par unité de volume n'a pas atteint une valeur test $N_{test} = 10^5 (N_d/m^3)$ petite devant $n_{inj} = 10^{12} \dots 10^{13} (N_d/m^3)$. Dans tout le domaine que le front de gouttes n'a pas atteint, la vapeur ignore totalement la présence des gouttes et ne subit d'influence que par l'intermédiaire d'ondes émises à l'intérieur du domaine où les gouttes sont présentes.

5. RESULTATS ET DISCUSSION

La tuyère convergente-divergente étudiée possède les caractéristiques géométriques suivantes :

- Longueur du convergent : 9.7 cm
- Longueur du divergent : 20.3 cm
- Rayon de l'entrée : 5 cm
- Rayon au col : 3 cm
- Rayon de sortie : 4 cm.

La section d'injection est localisée à la côte $x_{inj} = 15$ cm, soit au milieu de la tuyère dans le divergent. Tous les résultats exposés dans ce paragraphe sont relatifs aux mêmes conditions réservoir $P_{res} = 1.5$ bar et $T_{res} = 555$ K. (Ce qui correspond, dans la section d'injection des gouttes à une vitesse initiale de la vapeur $w_v = 348.7$ m s⁻¹, une température $T_v = 522.6$ K et un débit initial de vapeur égal à 0.1409 kg s⁻¹.)

Le diamètre initial des gouttes injectées est sup-

posé égal à 10 μ m et le débit de la phase liquide est supposé être égal à 1.55 fois le débit de vapeur soit 0.2184 kg s⁻¹ dans tous les cas présentés dans les paragraphes 5.1–5.3.

5.1. Etablissement du régime stationnaire

A titre d'illustration, sur la figure suivante (Fig. 3), sont présentés des résultats relatifs à une ligne de données initiales du type : subsonique dans le convergent-sonique au col-subsonique dans le divergent.

Deux cas sont exposés, relatifs aux conditions d'arrêt isentropiques précitées pour la phase vapeur.

Le seul paramètre qui différencie ces deux cas est la vitesse d'injection des gouttes :

— dans le premier cas (A) $w_{d_{inj}} = 275$ m s⁻¹, ce qui correspond dans la section d'injection à un taux de vide $\alpha_{v_{inj}} = 0.9990$.

— dans le second cas (B) $w_{d_{inj}} = 100$ m s⁻¹, ce qui correspond, dans la section d'injection à un taux de vide $\alpha_{v_{inj}} = 0.9974$.

Sur la Fig. 3, A1 représentant l'évolution, au cours du temps, du profil de pression dans la tuyère, on voit nettement des ondes de détente remonter l'écoulement vers le col et accélérer l'écoulement dans le divergent (Fig. 3, A2) ; ceci a pour effet d'amener en régime supersonique une partie du divergent et d'engendrer une onde de choc qui, au cours du temps, vient se positionner au voisinage de la section d'injection. On peut suivre aussi (Fig. 3, A3) la progression d'un front de gouttes dans le divergent, entre la section d'injection et la section de sortie.

Dans le second cas, sur la Fig. 3 (B1) on note au contraire, la progression d'ondes de compression entre la section d'injection et le col. Ces ondes remontent l'écoulement vers le col.

On constate le passage en régime subsonique de l'écoulement au col (Fig. 3, B2). Sur la Fig. 3 (B3) on note toujours la progression d'un front de gouttes entre la section d'injection et la section de sortie. L'examen de la solution stationnaire dans ces deux cas, en particulier sur les Figs. 3 (A2) et (B2) montre clairement que suivant la vitesse d'injection des gouttes, le régime d'écoulement au col peut ne pas demeurer sonique. Ces phénomènes trouvent à l'évidence, leur explication dans le système d'ondes complexe qui résulte de l'injection des gouttes dans le divergent, ondes qui se propagent à partir de la section d'injection vers l'amont aussi bien que vers l'aval. Lorsque ce sont des ondes élémentaires de détente qui remontent l'écoulement vers le col, leur effet est évidemment de favoriser le maintien d'un régime d'écoulement sonique au col. Dans le cas contraire, lorsqu'il s'agit d'ondes élémentaires de compression, elles peuvent, dans certains cas, coalescer pour devenir des ondes d'amplitude finie ; l'augmentation, de ce fait, de leur vitesse de propagation, leur permet de pénétrer dans le convergent, en franchissant le col où un régime d'écoulement subsonique s'établit alors.

Ces remarques montrent la nécessité d'une analyse

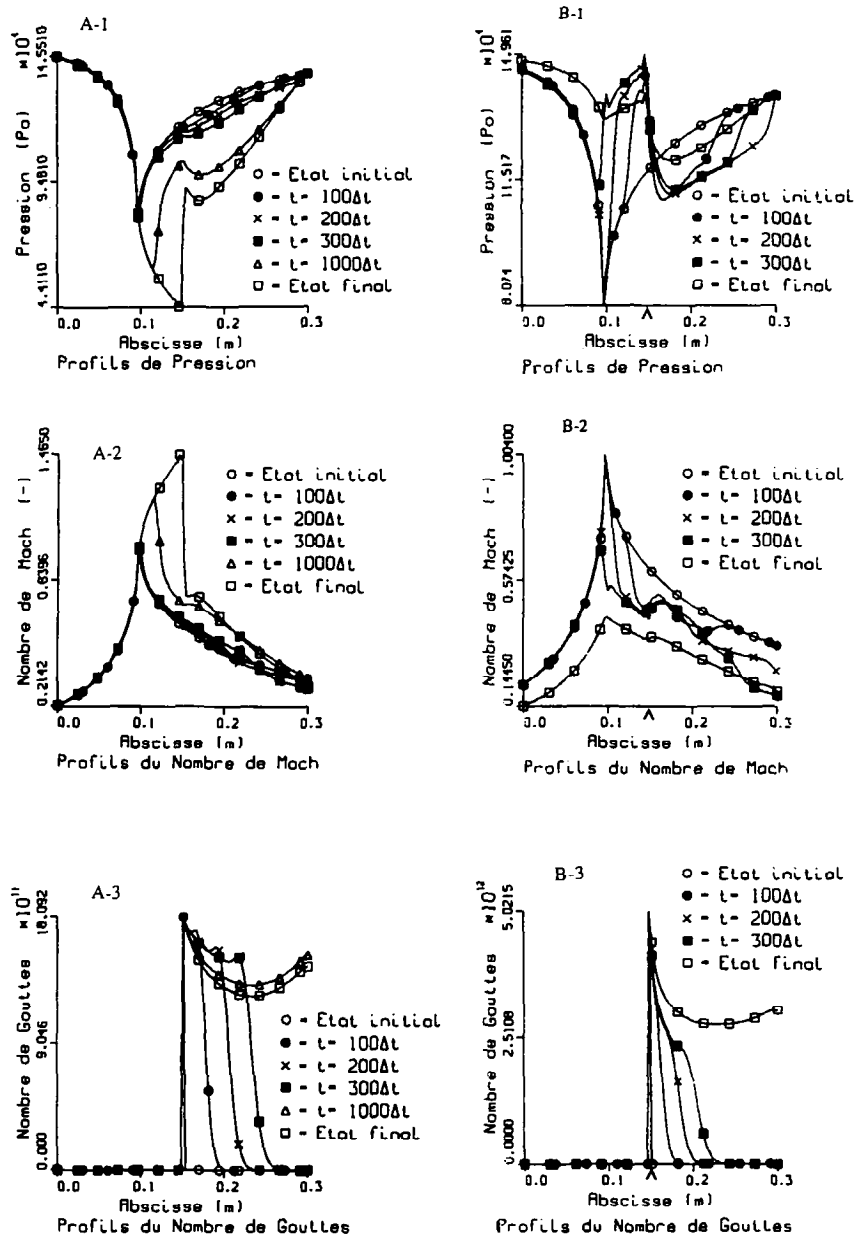


FIG. 3. Etablissement du régime stationnaire. (A) $w_d = 275 \text{ m s}^{-1}$; (B) $w_d = 100 \text{ m s}^{-1}$.

plus détaillée des conditions du maintien d'un régime d'écoulement sonique au col d'une tuyère lorsque des gouttes sont injectées dans le divergent.

5.2. Etude du maintien du régime d'écoulement sonique au col

Comme nous l'avons indiqué dans le paragraphe 5.1, la nature des ondes engendrées par l'injection des gouttes dans le divergent est à l'origine du maintien ou non d'un régime d'écoulement sonique au col. Parmi les effets générateurs de ces ondes, on peut en distinguer principalement trois :

— ceux que l'on peut qualifier de 'géométriques',

qui résultent du fait que dès l'injection, il se produit à partir de la section d'injection un rétrécissement de la section de passage offerte à la phase gazeuse.

— ceux relatifs aux forces de frottement entre phases;

— ceux relatifs au transfert de masse (couplé au transfert de chaleur dans notre cas).

C'est pourquoi, afin de faire apparaître le plus clairement possible l'influence de chacun de ces effets, plusieurs simulations numériques partielles ont été réalisées. On connaît par ailleurs les modifications causées par la nature du régime de l'écoulement (subsonique ou supersonique) sur le sens de propagation des ondes

élémentaires; aussi l'analyse séparée des différents effets pré-cités a-t-elle été faite dans les deux cas suivants de ligne de données initiales :

- subsonique dans le convergent-sonique au col-subsonique dans le divergent.
- subsonique dans le convergent-sonique au col-supersonique avec choc dans le divergent.

5.2.1. Cas d'une ligne de données initiales subsonique-subsonique

Les effets géométriques. Pour traiter ce cas, on supprime dans le second membre des équations générales diphasiques précédentes, tous les termes liés au transfert de masse, et donc aussi au transfert de chaleur (ce qui revient à poser $[M]_r = 0$), ainsi que ceux liés aux forces de frottement entre phases ($[FF] = 0$). On se place dans les mêmes conditions d'arrêt isentropique et de débit que précédemment, et l'on étudie le comportement de la solution stationnaire pour diverses valeurs de α_r dans la section d'injection. En pratique on a considéré des valeurs de α_r à l'injection comprises entre 0.9947 et 0.9996 (ce qui dans notre cas correspond à des vitesses d'injection comprises entre 50 et 600 m s⁻¹). L'évolution de la pression de la phase vapeur et du nombre de Mach (Figs. 4, 5) permet de noter que dans tout le domaine de variation étudié le col reste sonique.

On peut donc estimer que les effets 'géométriques', dans les conditions de l'étude, jouent en faveur du maintien d'un régime d'écoulement sonique au col. En fait, du point de vue géométrique, tout se passe comme si l'ouverture du divergent à partir de la section d'injection était suffisamment réduite, du fait de l'injection, pour provoquer une accélération de l'écoulement et son passage en régime supersonique.

Les effets dus aux forces de frottement. Afin d'isoler au mieux les effets dus aux forces de frottement entre phases sur l'écoulement en général, et sur le comportement de l'écoulement au col en particulier, on étudie un système d'équations simplifiées par rapport au cas diphasique précédent, où tous les termes ayant trait à la présence des gouttes ont été éliminés. On se

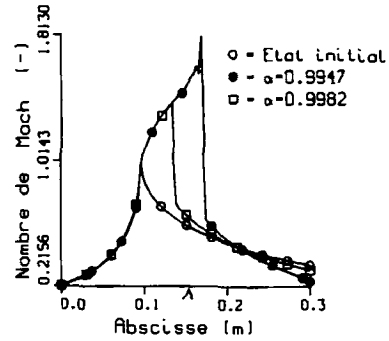


FIG. 5. Effets géométriques: influence du taux de vide à l'injection sur le profil stationnaire du nombre de Mach.

trouve ainsi ramené à un système d'équations (monophasique) dans lequel toutefois, on introduit au second membre des équations de quantité de mouvement et d'énergie, un terme figurant respectivement une force de frottement fictive et son travail. Cette force fictive est supposée ne s'exercer qu'entre l'abscisse correspondant à la section d'injection définie précédemment et la section de sortie. Nous avons tout d'abord envisagé le cas de forces constantes aussi bien positives que négatives, et examiné leur influence sur le comportement de l'écoulement au col. Ceci, afin de confirmer le fait que les forces de frottement ont pour effet d'engendrer des ondes, soit de détente, soit de compression, suivant le signe de ces forces et donc de renforcer le régime sonique de l'écoulement au col, ou de le faire passer en régime subsonique.

Il est facile de comprendre que les valeurs positives du terme $[FF]$ correspondent à la génération d'ondes de compression (et inversement); en effet dans ce cas, cela signifie que les gouttes se déplaçant plus lentement que la vapeur qui les entoure, présentent un obstacle à la propagation de la vapeur, à partir de la section d'injection. Un raisonnement similaire pour les valeurs négatives du terme $[FF]$ explique la génération d'ondes de détente. (Effet de type piston de la part des particules.)

Le signe des forces apparaît donc, dans ce cas, comme un critère probable de maintien ou non d'un col sonique, lorsque ces forces s'exercent dans la partie 'diphasique fictive' de l'écoulement considéré. Sur la Fig. 6, l'évolution du nombre de Mach au col est représentée en fonction de Ω , définie ci-après, pour différentes valeurs positives et négatives des forces et son passage en régime subsonique pour les valeurs positives.

Si l'on souhaite généraliser l'analyse en ne se limitant plus à une force constante dans la zone 'diphasique fictive' mais en introduisant une force fonction de l'abscisse et de signe quelconque pour chaque abscisse, on propose d'introduire le paramètre suivant :

$$\Omega = \int_{x_{inj}}^x \frac{[FF]}{\rho_0} dx. \tag{18}$$

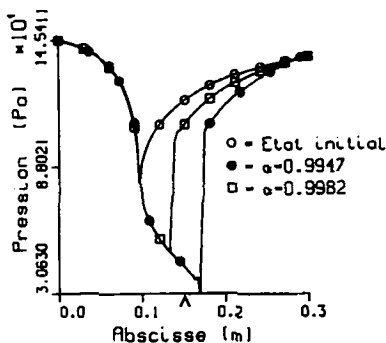


FIG. 4. Effets géométriques: influence du taux de vide à l'injection sur le profil stationnaire de pression.

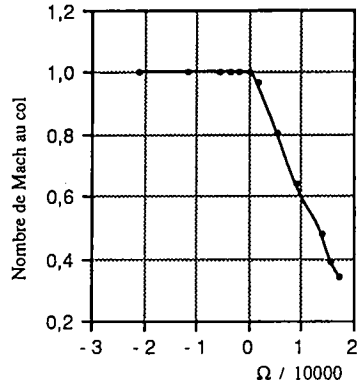


FIG. 6. Forces de frottements constantes : évolution du nombre de Mach au col en fonction de l'intégrale Ω .

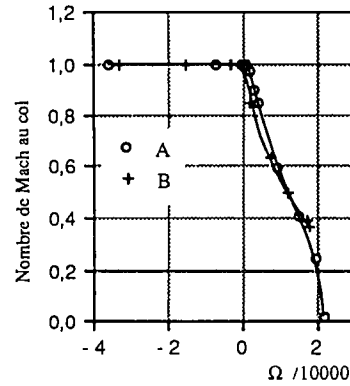


FIG. 8. Forces de frottement variables : évolution du nombre de Mach au col en fonction de l'intégrale Ω dans le cas $w_d = 300 \text{ m s}^{-1}$.

Ce dernier nous est suggéré, d'une part par le fait qu'en l'absence de transfert de masse le terme $[FF]/\rho_v$ est le terme source qui agit directement sur l'évolution spatio-temporelle des vitesses et d'autre part par le fait qu'intégrer ce terme dans tout le domaine 'diphase fictif' est un moyen simple de globaliser son action. En pratique, pour les forces non constantes on a envisagé deux cas de répartition de cette force fictive suivant l'abscisse afin de mettre en évidence une éventuelle influence de cette répartition sur le critère étudié :

—le premier cas, où la force est supposée tout d'abord positive et constante dans tout le domaine, puis successivement remplacée, pour chaque exploitation, sur chaque intervalle dx en partant de la section de sortie, par une force symétrique donc négative (cas A).

—le second cas, où la force négative et constante dans tout le domaine, est progressivement remplacée sur chaque intervalle dx en partant de la section de sortie par une force symétrique donc positive (cas B).

Les résultats relatifs à ce type de répartition de forces de frottement (forces non constantes) sont présentés sur les Figs. 7 et 8 suivantes.

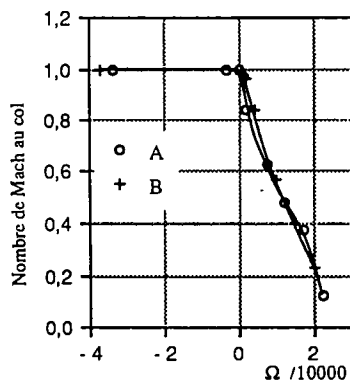


FIG. 7. Forces de frottement variables : évolution du nombre de Mach au col en fonction de l'intégrale Ω dans le cas $w_d = 100 \text{ m s}^{-1}$.

On note le maintien du col sonique pour les valeurs négatives de Ω et le phénomène inverse pour les valeurs positives, et ce, pour les répartitions de $[FF]$ envisagées. Par ailleurs, afin d'évaluer l'influence éventuelle du terme faisant intervenir $[FF]$ dans l'équation d'énergie, ces derniers résultats sont présentés pour deux valeurs très distinctes de w_d à savoir $w_d = 0 \text{ m s}^{-1}$ et $w_d = 300 \text{ m s}^{-1}$ (à l'injection).

En résumé : il est clair que le changement de signe de Ω est un paramètre déterminant pour le passage en régime subsonique de l'écoulement au col et que le terme relatif à $[FF]$ dans l'équation d'énergie n'a aucun effet sur ce phénomène.

Effets dus au transfert de masse. Pour isoler les effets dus au transfert de masse (et au transfert de chaleur qui lui sont associés), un autre modèle d'écoulement fictif a été imaginé : celui d'un écoulement monophasique, régi par les équations d'Euler, dans lequel sont introduits des termes sources (ou puits) de masse, de quantité de mouvement et d'énergie. Les valeurs des termes fictifs sont choisis de façon à représenter de façon cohérente et compatible les termes :

$A[M]_v$ dans l'équation de continuité,

$A[M]_v w_d$ dans l'équation de quantité de mouvement,

$A[M]_v [w_d^2/2 + C_p T_{sat} - Lv]$ dans l'équation de l'énergie.

Si l'on considère les termes sources de l'équation de quantité de mouvement de la phase vapeur relatifs d'une part au transfert de masse ($A[M]_v w_d$) et d'autre part aux forces de frottement ($-A[FF]$) on constate qu'ils sont de signes contraires. On peut donc s'attendre à ce qu'un transfert de masse positif ($[M]_v > 0$) joue le même rôle que des forces négatives ($[FF] < 0$) et inversement. Ainsi le cas $[M]_v > 0$ qui correspond à la vaporisation des gouttes devrait favoriser le maintien du régime d'écoulement sonique au col et inversement. Pratiquement, on a choisi diverses valeurs de $[M]_v$ positives ou négatives, et pour chacune, trois valeurs de w_d (100, 300, 600 m s^{-1}).

Compte tenu de la définition précédente de Ω , il a

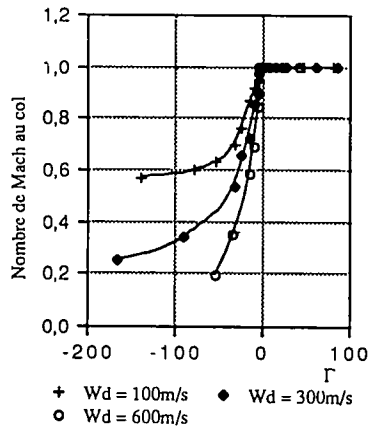


FIG. 9. Effets du transfert de masse : evolution du nombre de Mach au col en fonction de l'intégrale Γ pour trois vitesses d'injection.

paru intéressant de représenter l'évolution du nombre de Mach au col en fonction de l'intégrale suivante :

$$\Gamma = \int_{x_{inj}}^x \frac{[M]_r}{\rho_r} dx. \quad (19)$$

L'examen de la Fig. 9 montre que le changement de signe de l'intégrale ci-dessus est déterminant sur le passage en régime subsonique de l'écoulement au col, et ce, quelque soit la valeur de w_d adoptée.

5.2.2. Cas d'une ligne de données initiales : subsonique-sonique au col-onde de choc dans le divergent

Afin de déterminer le comportement de l'écoulement initialement sonique au col, lorsque l'écoulement dans le divergent est initialement supersonique, et qu'on injecte des gouttes dans une section du divergent, nous avons choisi le cas où, initialement, un choc stationnaire prend place entre le col et la section d'injection, soit entre la section d'injection et la sortie.

Il est en effet apparu plus aisé de mettre en évidence, dans ce cas, l'influence de l'injection des gouttes, que dans le cas d'une ligne de données initiales subsonique-sonique-supersonique (notamment à travers le changement de position et d'intensité de l'onde de choc).

Effets géométriques. Lorsque α_r décroît à partir de la valeur 1 (qui correspond au cas monophasique) cela a pour effet de déplacer le choc vers la section de sortie et ainsi d'accroître son intensité; ceci a pour conséquence de maintenir en régime sonique l'écoulement au col. Ce résultat rejoint celui du paragraphe 5.1 (Figs. 10 et 11).

Effets des forces de frottement. Lorsque la force de frottement fictive est positive, comme dans le cas précédent (5.2) ce sont des ondes de compression qui sont engendrées. Elles ont pour effet d'amener le choc depuis sa position initiale vers une nouvelle position du type (2) (Figs. 12 et 13), c'est-à-dire de l'affaiblir et de le rapprocher du col. En augmentant la valeur

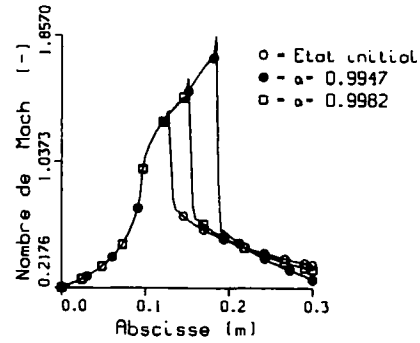


FIG. 10. Effets géométriques : influence du taux de vide à l'injection sur le profil stationnaire du nombre de Mach.

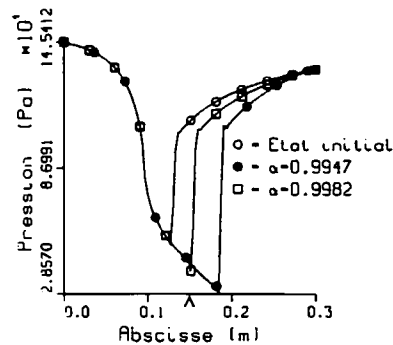


FIG. 11. Effets géométriques : influence du taux de vide à l'injection sur le profil stationnaire de pression.

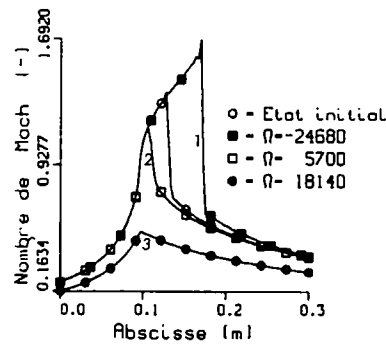


FIG. 12. Forces de frottement constantes : evolution du profil stationnaire du nombre de Mach pour trois valeurs de Ω .

de ces forces, on peut obtenir la cassure du col et amener la solution stationnaire à une forme du type (3) (Figs. 12 et 13).

Des forces négatives, engendrant des ondes de détente, éloignent le choc du col vers une position du type 1 (Figs. 12 et 13), et maintiennent ce dernier en régime sonique. On est ainsi conduit à des conclusions analogues à celle du paragraphe 5.2, mais il n'est toutefois pas simple de mettre en évidence un critère aussi précis que celui qui y était énoncé précédemment

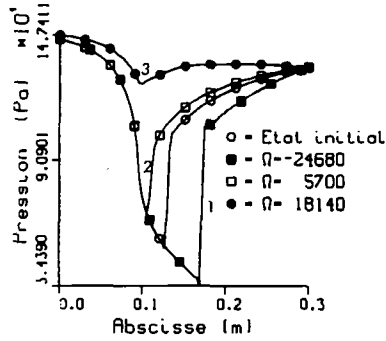


FIG. 13. Forces de frottement constantes : evolution du profil stationnaire de pression pour trois valeurs de Ω .

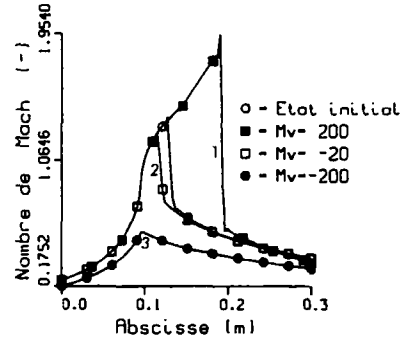


FIG. 15. Transfert de masse : evolution du profil stationnaire du nombre de Mach pour trois valeurs de M_{∞} .

(changement de signe d'une intégrale) ; en effet l'onde de choc stationnaire isolant l'amont de l'aval, la transmission d'information de l'aval de l'onde vers l'amont (c'est-à-dire vers le col) ne pourra se faire qu'à travers un changement d'intensité de cette onde et son déplacement vers une autre position stationnaire. Ceci a pour effet d'occasionner un retard dans la transmission de ces informations. Ce résultat est clairement visible dans l'évolution du nombre de Mach au col en fonction de Ω où l'on peut noter le maintien du col même pour des valeurs positives (mais faibles) de Ω (Fig. 14, points du type 2).

Effet du transfert de masse. Un transfert de masse positif (négatif) engendre des ondes de détente (compression) dont l'effet est identique à celui discuté ci-dessus, ainsi que le montrent les évolutions du profil stationnaire du nombre de Mach (Fig. 15) et de la pression (Fig. 16) pour trois valeurs du terme $[M]v$, l'une positive (1), l'autre faiblement négative (2) et une dernière nettement négative (3). L'évolution du nombre de Mach au col en fonction de Γ (Fig. 17) laisse ainsi apparaître un maintien du col sonique, même pour des valeurs négative (mais faibles) de Γ .

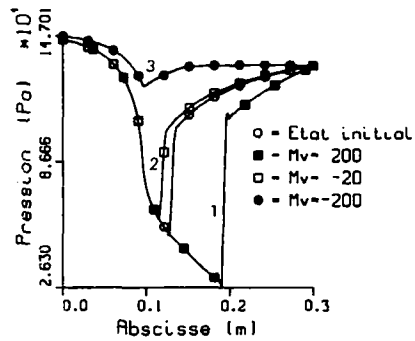


FIG. 16. Transfert de masse : evolution du profil stationnaire de pression pour trois valeurs de M_{∞} .

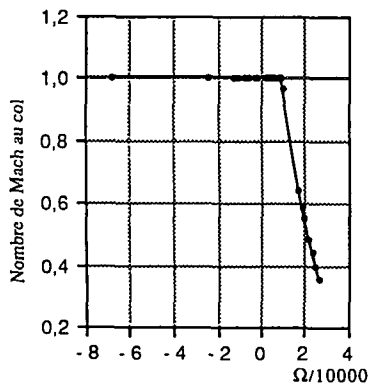


FIG. 14. Forces de frottement constantes : evolution de nombre de Mach au col en fonction de l'intégrale Ω dans le cas $w_d = 300 \text{ m s}^{-1}$.

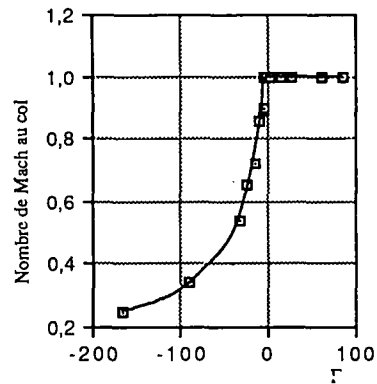


FIG. 17. Effets du transfert de masse : evolution du nombre de Mach au col en fonction de l'intégrale Γ dans le cas $w_d = 300 \text{ m s}^{-1}$.

5.3. Critères

Les phénomènes favorisant ou non le maintien d'un régime d'écoulement sonique au col, lorsqu'ils sont pris en compte dans leur globalité sont complexes ; l'analyse qui précède montre néanmoins qu'en séparant les différentes causes de modification du régime d'écoulement au col, on peut, par une étude de l'in-

fluence des termes sources mettre en lumière certains critères partiels.

Dans l'impossibilité, toutefois, d'avancer un critère global simple, nous présentons sur les figures suivantes (Figs. 18 et 19) ci-dessous l'évolution de la pression et du nombre de Mach dans deux cas, l'un où le col reste sonique (Fig. 18), l'autre où le col passe en régime subsonique (Fig. 19). Pour chaque cas, on montre l'évolution du profil stationnaire de la pression et du nombre de Mach résultant du calcul pour la tuyère complète (Figs. 18A et 19A) et celle résultant du calcul du divergent seul avec comme condition à la limite le col sonique (Figs. 18B et 19B).

Il est facile de constater que dans le cas où la condition sonique a été maintenue à tort, une discontinuité de type 'onde de choc' prend place au col; cette onde de choc n'a rien de physique, et témoigne simplement d'un problème mal posé (Fig. 19B).

Indépendamment de son intérêt pédagogique, cette démarche nous paraît en fin de compte être le critère global simple, le plus pratique à utiliser, pour inciter à remettre éventuellement en cause l'hypothèse de régime sonique au col comme condition à la limite.

5.4. Influence du débit d'eau sur le régime d'écoulement de la vapeur

On peut s'attendre, *a priori*, à ce que, pour des conditions identiques de l'écoulement gazeux et pour un débit d'eau fixé, il en résulte un régime d'écoulement diphasique unique. L'examen des résultats présentés sur la Fig. 3 et commentés dans le paragraphe 5.1, montrent, à l'évidence, qu'il n'en est rien. En effet, la comparaison des courbes (A) et (B) de cette figure fait apparaître des différences prononcées de nature d'écoulement de la vapeur, alors que le débit d'eau est identique dans les deux cas.

De plus, on peut penser, au vu de l'analyse précédente (cf. paragraphes 5.2 et 5.3) où la compétition entre les effets géométriques, ceux des forces de frottement, et ceux du transfert de masse (et de chaleur) a été mise en évidence, que la façon suivant laquelle varie le débit liquide n'est pas neutre.

En effet, le débit liquide peut varier de trois façons :

- (i) Si la densité de gouttes injectées (à vitesse d'injection constante) varie.
- (ii) Si pour une densité de gouttes injectées constant, la vitesse d'injection varie.

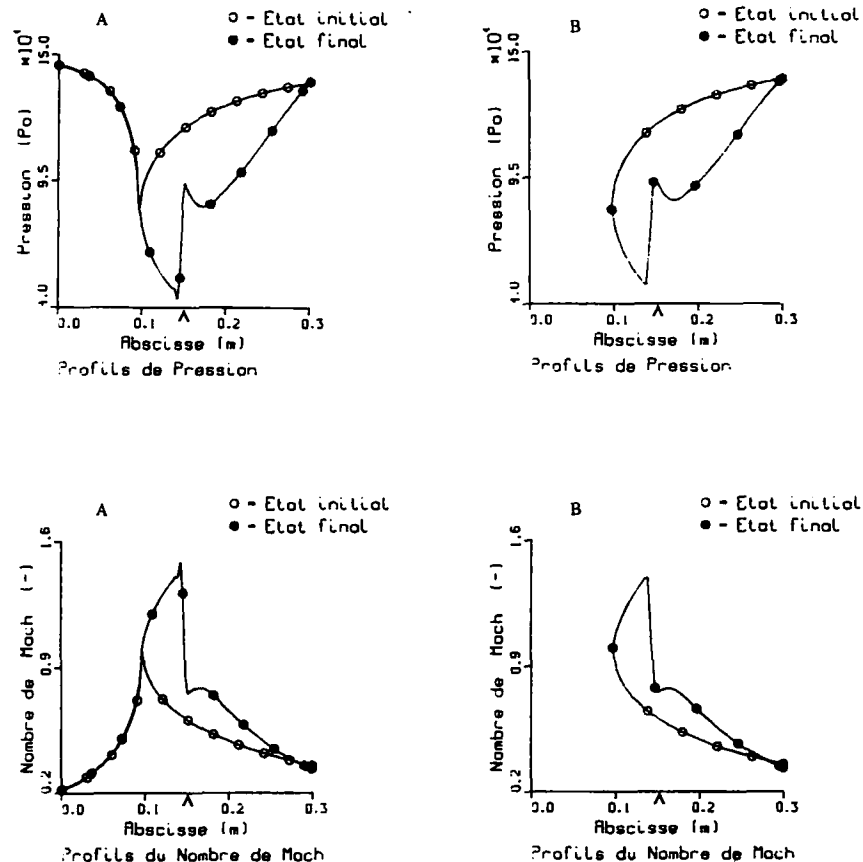


FIG. 18. Profils du nombre de Mach et de la pression dans un cas où l'écoulement au col est sonique ($w_d = 275 \text{ m s}^{-1}$). (A) tuyère complète; (B) divergent seul.

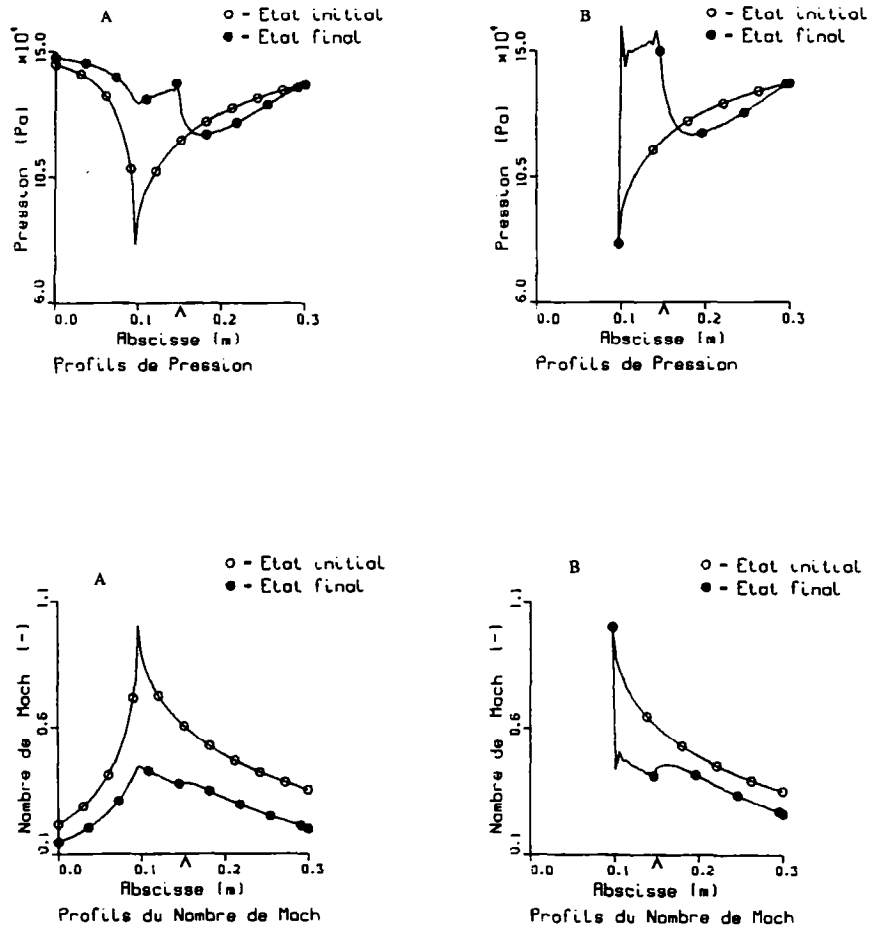


FIG. 19. Profils du nombre de Mach et de la pression dans un cas où l'écoulement au col passe en régime subsonique ($w_d = 100 \text{ m s}^{-1}$). (A) tuyère complète; (B) divergent seul.

(iii) Si la densité de gouttes et leur vitesse d'injection varient simultanément.

Par souci de clarté, seuls les deux premiers modes de variation seront discutés.

(i) *Influence de la densité de gouttes injectées.* Les résultats présentés sur la Fig. 20 sont relatifs à une vitesse d'injection $w_{d_{inj}} = 100 \text{ m s}^{-1}$ et aux quatre valeurs de n_{inj} suivantes :

- $n_{inj} = 1 \times 10^{11} \text{ (m}^{-3}\text{)}$ qui correspond à une valeur du débit d'eau de $0.4349 \times 10^{-2} \text{ kg s}^{-1}$
- $n_{inj} = 5 \times 10^{11} \text{ (m}^{-3}\text{)}$ qui correspond à une valeur du débit d'eau de $0.2174 \times 10^{-1} \text{ kg s}^{-1}$
- $n_{inj} = 1 \times 10^{12} \text{ (m}^{-3}\text{)}$ qui correspond à une valeur du débit d'eau de $0.4349 \times 10^{-1} \text{ kg s}^{-1}$
- $n_{inj} = 2 \times 10^{12} \text{ (m}^{-3}\text{)}$ qui correspond à une valeur du débit d'eau de $0.8697 \times 10^{-1} \text{ kg s}^{-1}$

et ce, dans le cas de la ligne de données initiales du type subsonique–sonique–subsonique.

On remarque que, dans les conditions de l'étude, ce n'est qu'à partir d'une densité de gouttes dépassant la valeur de $n_{inj} = 1 \times 10^{11} \text{ (l m}^{-3}\text{)}$, que le régime station-

naire d'écoulement au col devient subsonique, et ce d'autant plus nettement que la valeur de n_{inj} croît. On a établi précédemment qu'il y avait compétition entre les effets dus aux forces de frottement d'une part et les effets géométriques et de transfert de masse d'autre

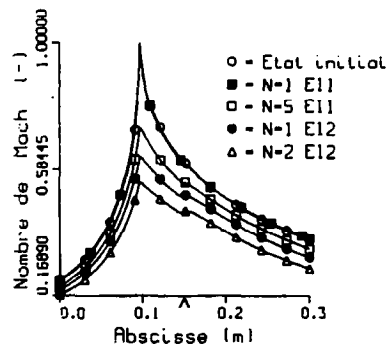


FIG. 20. Influence de la densité de gouttes injectées sur le profil stationnaire du nombre de Mach dans le cas $w_d = 100 \text{ m s}^{-1}$.

part. Il s'avère donc qu'aux faibles vitesses d'injection ($\approx 100 \text{ m s}^{-1}$) ce sont les effets dus au frottement qui l'emportent et ce, d'autant plus nettement que n_{inj} est grand.

Sur la Fig. 21 sont présentés les profils du nombre de Mach en fonction de l'abscisse, relatifs à une vitesse d'injection de $w_{d_{inj}} = 240 \text{ m s}^{-1}$, et aux trois valeurs de n_{inj} suivantes :

— $n_{inj} = 5 \times 10^{11} \text{ (m}^{-3}\text{)}$ qui correspond à une valeur du débit d'eau de $0.52 \times 10^{-1} \text{ kg s}^{-1}$

— $n_{inj} = 1 \times 10^{12} \text{ (m}^{-3}\text{)}$ qui correspond à une valeur du débit d'eau de 0.104 kg s^{-1}

— $n_{inj} = 5 \times 10^{13} \text{ (m}^{-3}\text{)}$ qui correspond à une valeur du débit d'eau de 5.26 kg s^{-1} .

La ligne initiale est du type subsonique–sonique–subsonique.

Lorsque le débit liquide augmente à partir d'une valeur qui, dans les conditions de l'étude (vitesse d'injection importante) provoque l'apparition d'une onde de choc stationnaire localisée légèrement en amont de la section d'injection, on note le déplacement vers le col de cette onde de choc stationnaire et simultanément, sa diminution d'intensité. Lorsque l'on continue à augmenter la densité de gouttes injectées ($\approx 10^{13}$), on observe un passage de l'écoulement au col en régime subsonique. On notera que dans ce cas, d'un faible écart entre la vitesse de la vapeur dans la section d'injection et de la vitesse d'injection des gouttes, la densité de gouttes doit être très importante pour assurer la prépondérance des effets dus aux forces de frottement sur les effets géométriques et sur ceux du transfert de masse.

(ii) *Influence de la vitesse d'injection.* Plusieurs vitesses d'injection ont été envisagées pour une densité de gouttes fixée; à titre d'illustration, sur la figure suivante (Fig. 22), on présente les profils du nombre de Mach en fonction de l'abscisse, dans le cas d'une ligne de données initiales du type 'subsonique–sonique–subsonique', relatifs à un même nombre de gouttes injecté : $n_{inj} = 2 \times 10^{12}$, pour les quatre vitesses d'injection suivantes :

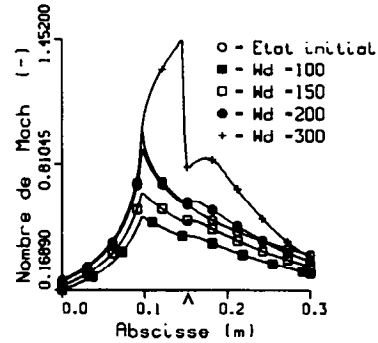


Fig. 22. Influence de la vitesse d'injection sur le profil stationnaire du nombre de Mach dans le cas $N_{w_j} = 2 \times 10^{12}$.

— $w_{d_{inj}} = 100 \text{ m s}^{-1}$ qui correspond à une valeur du débit d'eau de $0.08697 \text{ kg s}^{-1}$

— $w_{d_{inj}} = 150 \text{ m s}^{-1}$ qui correspond à une valeur du débit d'eau de 0.1305 kg s^{-1}

— $w_{d_{inj}} = 200 \text{ m s}^{-1}$ qui correspond à une valeur du débit d'eau de 0.1732 kg s^{-1}

— $w_{d_{inj}} = 300 \text{ m s}^{-1}$ qui correspond à une valeur du débit d'eau de 0.2609 kg s^{-1} .

Dans les conditions physiques envisagées pour l'étude, il apparaît que pour une vitesse d'injection des gouttes nettement plus faible que celle de la vapeur dans la même section (qui est de l'ordre de 348 m s^{-1}), les ondes de compression ainsi engendrées sont suffisamment intenses pour provoquer le passage en régime subsonique de l'écoulement au col : c'est ainsi le cas pour $w_{d_{inj}} = 100, 150$ et 200 m s^{-1} . Par contre, au-delà, l'écoulement au col reste sonique, et on voit même que dans une partie du divergent l'écoulement devient supersonique, avec apparition d'une onde de choc stationnaire (cf. courbe pour $w_{d_{inj}} = 300 \text{ m s}^{-1}$).

En résumé, il ressort de ces résultats, que, dans les conditions physiques de l'étude, et dans le cas de la ligne de données initiales du type 'subsonique–sonique–subsonique', le passage en régime subsonique de l'écoulement au col (initialement sonique) est certain lorsque la vitesse d'injection des gouttes est très nettement inférieure à la vitesse de la vapeur dans la section d'injection (par exemple 100 m s^{-1} devant 348 m s^{-1}). Ce phénomène est par contre improbable lorsque la vitesse d'injection est supérieure à la vitesse de la vapeur dans la section d'injection; dans ce cas en effet, les effets dus aux forces de frottement jouent dans le même sens que les autres effets (géométriques et transfert de masse). Dans les cas intermédiaires (vitesse d'injection des gouttes légèrement inférieure à la vitesse de la vapeur dans la section d'injection) il y a compétition entre les différents effets. Cette compétition peut être arbitrée par la densité des gouttes qui en augmentant a tendance à favoriser les effets dus aux frottements (Figs. 20 et 21).

6. CONCLUSION

La modélisation numérique d'un écoulement de vapeur en tuyère, dans lequel on injecte des gouttes a

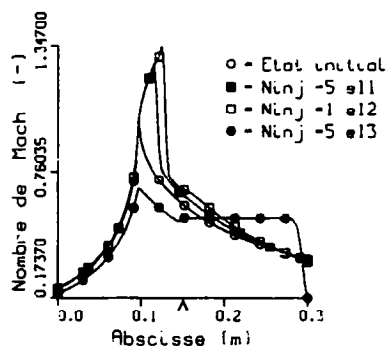


Fig. 21. Influence de la densité de gouttes injectées sur le profil stationnaire du nombre de Mach dans le cas $w_d = 240 \text{ m s}^{-1}$.

été réalisée. L'analyse du comportement de l'écoulement lorsque l'injection des gouttes est effectuée dans le divergent a permis de mettre en évidence un certain nombre de résultats notables et originaux parmi lesquels on citera :

—L'écoulement initialement sonique au col peut devenir subsonique du fait de l'injection des gouttes. L'hypothèse d'un col sonique, souvent retenue comme condition à la limite dans les simulations numériques, est donc à utiliser avec précaution. Le comportement caractéristique de l'écoulement, lorsque cette hypothèse est faite à tort est indiqué et illustré.

—La diminution du taux de vide dans la section d'injection (du fait de l'augmentation du nombre de gouttes injectées) est de nature à favoriser le maintien d'un régime d'écoulement sonique au col.

—Le changement de signe d'une intégrale (Ω) globalisant l'action des forces de frottement entre phases est un premier facteur de nature à provoquer le changement de régime de l'écoulement au col.

—Le changement de signe d'une intégrale (Γ) globalisant l'action du transfert de masse entre phases est un second facteur de nature à provoquer le changement de régime de l'écoulement au col.

BIBLIOGRAPHIE

1. A. S. Levine and B. Otterman, Analysis of unsteady supersonic two-phase flows by the particle-in-cell method, *Computers and Fluids* **3**, 111–123 (1975).
2. M. Olim, O. Igra and G. Ben-Dor, A general attenuation law of planar shock waves propagating into dusty gases, *Proceedings of the 16th International Symposium of Shock Tube*, (Editor H. Grönig.) VCH, pp. 217–225 (1987).
3. Y. Matsumoto, H. Nishikawa and H. Ohashi, Propagation of pressure waves in bubbly flow with size and number density distributions, *Proceedings of the 16th International Symposium of Shock Tube*, (Editor H. Grönig.) VCH, pp. 281–287 (1987).
4. M. Sommerfeld, Numerical simulation of supersonic two-phase gas-particles flow, *Proceedings of the 16th International Symposium of Shock Tube*, (Editor H. Grönig.) VCH, pp. 235–241 (1987).
5. R. Ishii and Y. Uemeda, Free jets flows of gas-particles mixture, *J. Thermophysic* **2**, 17–24 (1988).
6. I. Shih Chang, One and two-phase nozzle flows, *AIAA J.* **18**, 1455–1461 (1980).
7. S. S. Gokhale and T. K. Bose, Reacting solid particles in one-dimensional nozzle flow, *International J. Multiphase Flow* **15**, 269–278 (1989).
8. G. Rudinger, Some effects of finite particle volume of the dynamics of gas particle, *AIAA J.* **5**, 1217–1222 (1965).
9. J. Bouré, Les lois constitutives des modèles diphasiques monodimensionnels à deux fluides-formes envisageables—restriction résultant d'axiomes fondamentaux, Rapport CEA-R-4915 (1978).
10. J. M. Delhaye, Basic equations for two-phase flow modeling, two-phase flow in the power and process industries, (Edited by A. E. Bergles, J. G. Collier, J. M. Delhaye, G. H. Hewitt and F. Mayinger), Chapter 2. McGraw-Hill, New York, pp. 40–97 (1981).
11. B. Porterie, Modélisation de la phase d'allumage d'une charge propulsive en balistique intérieure, thèse, Université d'Aix-Marseille I, Marseille, France (1988).
12. H. J. Gebling and H. McDonald, An implicit numerical analysis for two-dimensional two-phase turbulent interior ballistic flows, *AIAA 21st Aerospace Sciences Meeting*, AIAA83-0561 (1983).
13. R. Peyret, Résolution numérique des systèmes hyperboliques. Application à la dynamique des gaz, ONERA, Publication No. 1977-5, FR ISSN 0078-379X, édité par l'ONERA, Mai 1978 (No. 573).

ANNEXE

$$G1 = \frac{A[M]_r(w_d - w_c) - A[FF]_d}{A\rho_c}$$

$$G2 = \frac{[M]_r}{\rho_c C_r} [\frac{1}{2}(w_d - w_c)^2 + C_p T_s - C_r T_c - L_r]$$

$$\frac{[FF]_d(w_d - w_c) - w_c P_c \frac{1}{A} \frac{\partial A}{\partial x}}{\alpha_r \rho_c C_r}$$

$$G3 = r T_c [M]_r - w_c P_c \frac{1}{A} \frac{\partial A}{\partial x} + \alpha_r \rho_c r G2.$$

INFLUENCE OF INJECTION OF WATER DROPLETS INTO ITS VAPOR INSIDE A NOZZLE

Abstract—This paper deals with the numerical simulation of a flow of hot gases through a converging-diverging nozzle, when droplets are injected into a given section of the divergent. The numerical method is based on the MacCormack finite difference scheme. The existence and the holding in time of a sonic flow at the throat is carefully examined, under the influence of various phenomena, such as geometrical effects, drag force effects, mass transfer effects, resulting from the 'one-phase two-phase flow' transition.